

## **ΑΣΚΗΣΗ 5**

### **ΑΘΡΟΙΣΤΕΣ - ΑΦΑΙΡΕΤΕΣ**

#### **5.1. ΣΚΟΠΟΣ**

Η πραγματοποίηση της αριθμητικής πρόσθεσης και αφαίρεσης με λογικά κυκλώματα.

#### **5.2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ**

**ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ:** Κάθε σύστημα αρίθμησης χαρακτηρίζεται από τη βάση του ( που δηλώνει τον αριθμό των ψηφίων του ) και από τα ψηφία του. Για παράδειγμα, **το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης** είναι βάσης 10, δηλαδή χρησιμοποιεί 10 ψηφία που, όπως είναι γνωστό, είναι τα 0,1,2,3,4,5,6,7,8 και 9. Ανάλογα, **το δυαδικό σύστημα αρίθμησης** είναι βάσης 2 και χρησιμοποιεί 2 ψηφία, τα 0 και 1.

Κάθε δεκαδικός αριθμός ( αριθμός με δεκαδικό μέρος, δηλαδή κλασματικός αριθμός) οποιουδήποτε αριθμητικού συστήματος παριστάνεται από μία σειρά συντελεστών με τη μορφή:

$$a_{-j} \dots a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots$$

όπου η αξία του αριθμού αυτού βρίσκεται πολλαπλασιάζοντας κάθε ένα συντελεστή με τις δυνάμεις της βάσης του αντίστοιχου αριθμητικού συστήματος. Οι δυνάμεις εξαρτώνται από τη θέση του συντελεστή, όπως γίνεται φανερό από τα πιο κάτω παραδείγματα:

**Παράδειγμα:** Ο αριθμός του δεκαδικού συστήματος 2765.89 είναι:

$$2765,89 = 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2}$$

**Παράδειγμα:** Ο αριθμός 1001.011 του δυαδικού συστήματος είναι:

$$1001,011 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$$

δηλαδή οι συντελεστές πολλαπλασιάζονται με τις αντίστοιχες δυνάμεις του 2.

**ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ:** Οι πράξεις στο δυαδικό, όπως και σε κάθε άλλο σύστημα, γίνονται ακολουθώντας τους κανόνες του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης. Στο δυαδικό όμως σύστημα λαμβάνονται υπ' όψη και τα εξής:

- 1) **Το άθροισμα** σε κάθε θέση ( μονάδες, δυάδες, τετράδες κλπ. ) δεν μπορεί να είναι παρά 0 ή 1. Αν υπάρχει κρατούμενο προστίθεται στο ζεύγος των επόμενων ψηφίων.

**Παράδειγμα:**

101101	10110
<u>+100111</u>	<u>+10110</u>
1010100	101100

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:**  $1 + 1 = 2$ , δηλαδή μία δυάδα και μηδέν μονάδες. Άρα το αποτέλεσμα είναι 0 και το κρατούμενο 1. Η αντίστοιχη περίπτωση στο δεκαδικό είναι  $9 + 1 = 10$ , δηλαδή μία δεκάδα και μηδέν μονάδες.

- 2) **Η διαφορά** σε κάθε θέση μπορεί να είναι 0 ή 1. Το δανεικό αυξάνει το μειωτέο κατά 2 και όχι κατά 10 όπως στο δεκαδικό.

**Παράδειγμα:**

101101	1000
	<u>-101</u>
<u>-100111</u>	0011
000110	

- 3) **Στον πολλαπλασιασμό**, τα μερικά γινόμενα είναι ίσα με τον πολλαπλασιαστέο ή ίσα με μηδέν. Το τελικό αποτέλεσμα βρίσκεται προσθέτοντας στο πρώτο μερικό γινόμενο το δεύτερο και στο αποτέλεσμα το τρίτο γινόμενο κ.ο.κ.

**Παράδειγμα:**

1011
X101
<u>1011</u>
+0000
<u>1011</u>
110111

- 4) **Στη διαίρεση** ακολουθούνται οι κανόνες του δεκαδικού αλλά, βέβαια, στις αφαιρέσεις λαμβάνονται υπ' όψη αυτά που τονίστηκαν για τη διαφορά στο δυαδικό σύστημα.

**Παράδειγμα:**

$$\begin{array}{r}
 10110 \quad | \underline{100} \\
 \underline{100} \quad 101.1 \\
 110 \\
 \underline{100} \\
 100
 \end{array}$$

**Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Η αφαίρεση πολυψήφων αριθμών γίνεται στους υπολογιστές με τη χρήση των συμπληρωμάτων.

**Το συμπλήρωμα ως προς 1** ενός δυαδικού αριθμού σχηματίζεται εναλλάσσοντας τα 0 με 1 και τα 1 με 0.

**Παράδειγμα:** Το συμπλήρωμα ως προς 1 του δυαδικού αριθμού 101011 είναι ο αριθμός 010100.

**Το συμπλήρωμα ως προς 2** μπορεί επίσης να βρεθεί από το συμπλήρωμα ως προς 1 προσθέτοντας 1.

**Άσκηση:** Να γίνει η αφαίρεση  $11010 - 01101 = 01101$ .

**Λύση με χρήση συμπληρωμάτων**

- α) Το συμπλήρωμα ως προς 2 του αφαιρετέου 01101 είναι ο αριθμός 10011.  
β)

$$\begin{array}{r}
 11010 \\
 + \underline{10011} \\
 101101
 \end{array}$$

Υπάρχει τελικό κρατούμενο. Άρα το αποτέλεσμα είναι ο αριθμός 01101.

**Άσκηση:** Να γίνει η αφαίρεση  $10010 - 10011 = -0001$ .

### Λύση με χρήση συμπληρωμάτων

- α) Το συμπλήρωμα ως προς 2 του 10011 είναι ο αριθμός 01101.  
β)

10010

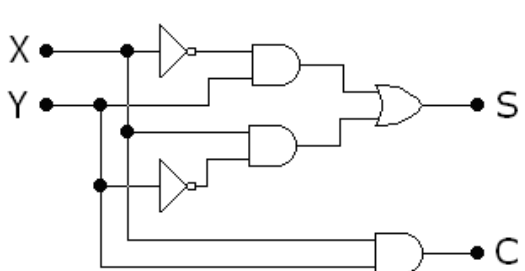
+01101

111111

Δεν υπάρχει τελικό κρατούμενο. Άρα λαμβάνεται το συμπλήρωμα ως προς 2 του αποτελέσματος που είναι ο αριθμός 00001. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ο αριθμός - 00001.

### **ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΛΟΓΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ**

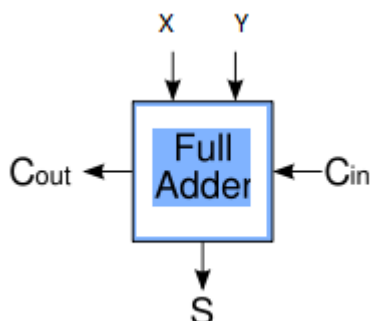
**Ο Ημιαθροιστής:** Το απλούστερο λογικό κύκλωμα που μπορεί να κάνει αριθμητική πρόσθεση δύο δυαδικών ψηφίων (**binary digit –bit**) είναι ο ημιαθροιστής (Half Adder – HA). Ένα τέτοιο κύκλωμα έχει δύο εισόδους, τις λογικές μεταβλητές X, Y που μπορούν να πάρουν μόνο τις τιμές 0 και 1. Οι μεταβλητές εξόδου είναι επίσης δύο, το άθροισμα (sum) S και το κρατούμενο (carry) C. Ο Πίνακας Αληθείας, οι λογικές εξισώσεις των εξόδων του και το λογικό του κύκλωμα φαίνονται παρακάτω.

ΗΜΙΑΘΡΟΙΣΤΗΣ																							
ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ	ΛΟΓΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	ΛΟΓΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ																					
<table border="1"> <tr> <th>X</th><th>Y</th><th>S</th><th>C</th></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> <p>S: ΑΘΡΟΙΣΜΑ C: ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΟ</p>	X	Y	S	C	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	$S = X'Y + XY'$ $= X \oplus Y$ $C = XY$		
X	Y	S	C																				
0	0	0	0																				
0	1	1	0																				
1	0	1	0																				
1	1	0	1																				

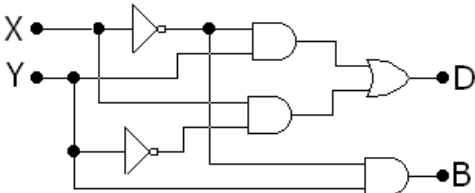
**Ο Πλήρης Αθροιστής:** Είναι το λογικό κύκλωμα που μπορεί να κάνει αριθμητική πρόσθεση δύο δυαδικών ψηφίων (**binary digit – bit**) και ενός τρίτου bit που είναι το κρατούμενο από προηγούμενη πρόσθεση δύο δυαδικών ψηφίων (Full Adder – FA). Αυτό το κύκλωμα έχει τρεις εισόδους, τις λογικές μεταβλητές X, Y και  $C_{IN}$  που μπορούν να πάρουν μόνο τις τιμές 0 και 1. Οι μεταβλητές εξόδου είναι δύο, το άθροισμα (sum) S και το κρατούμενο (carry) C. Ο Πίνακας Αληθείας, οι λογικές εξισώσεις των εξόδων του και το λογικό του κύκλωμα φαίνονται παρακάτω.

ΠΛΗΡΗΣ ΑΘΡΟΙΣΤΗΣ					
ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ					ΛΟΓΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ
X	Y	$C_{IN}$	S	$C_{OUT}$	$S = X'Y'C_{IN} + X'YC_{IN}' + XY'C_{IN}' + XYC_{IN}$ $= X'(Y'C_{IN} + YC_{IN}') + X(Y'C_{IN}' + YC_{IN})$ $= X'(Y \oplus C_{IN}) + X(\overline{Y \oplus C_{IN}})$ $= X \oplus Y \oplus C_{IN}$ $C_{OUT} = X'YC_{IN} + XY'C_{IN} + XYC_{IN}' + XYC_{IN}$ $= (X'Y + XY')C_{IN} + XY(C_{IN}' + C_{IN})$ $= (X \oplus Y)C_{IN} + XY$ <p>Επίσης με Karnaugh έχουμε:</p> $C_{OUT} = XY + XC_{IN} + YC_{IN}$
0	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	
1	0	0	1	0	
1		1	0	1	
1	1	0	0	1	
1	1	1	1	1	
<p>S: ΑΘΡΟΙΣΜΑ  <math>C_{IN}</math>: ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΟ ΕΙΣΟΔΟΥ  <math>C_{OUT}</math>: ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΟ ΕΞΟΔΟΥ</p>					ΛΟΓΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

Το δομικό διάγραμμα ενός πλήρους αθροιστή φαίνεται παρακάτω.



**Ο Ημιαφαιρέτης:** Είναι το λογικό κύκλωμα που μπορεί να κάνει αριθμητική αφαίρεση δύο δυαδικών ψηφίων (**binary digit –bit**). Ένα τέτοιο κύκλωμα έχει δύο εισόδους, τις λογικές μεταβλητές X, Y που μπορούν να πάρουν μόνο τις τιμές 0 και 1. Οι μεταβλητές εξόδου είναι επίσης δύο, η διαφορά (difference) D και το δανειζόμενο (borrow) B. Ο Πίνακας Αληθείας, οι λογικές εξισώσεις των εξόδων του και το λογικό του κύκλωμα φαίνονται παρακάτω.

ΗΜΙΑΦΑΙΡΕΤΗΣ																						
ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ	ΛΟΓΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	ΛΟΓΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ																				
<table><tr><th>X</th><th>Y</th><th>D</th><th>B</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table> <p>D: ΔΙΑΦΟΡΑ B: ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟ</p>	X	Y	D	B	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	$D=X'Y+XY'$ $=X\oplus Y$ $B=X'Y$	
X	Y	D	B																			
0	0	0	0																			
0	1	1	1																			
1	0	1	0																			
1	1	0	0																			

**Ο Πλήρης Αφαιρέτης:** Είναι το λογικό κύκλωμα που μπορεί να κάνει αριθμητική αφαίρεση δύο δυαδικών ψηφίων (**binary digit –bit**) και ενός τρίτου bit που είναι το δανειζόμενο από προηγούμενη αφαίρεση δύο δυαδικών ψηφίων. Αυτό το κύκλωμα έχει τρεις εισόδους, τις λογικές μεταβλητές X, Y και B<sub>IN</sub> που μπορούν να πάρουν μόνο τις τιμές 0 και 1. Οι μεταβλητές εξόδου είναι δύο, η διαφορά (difference) D και το δανειζόμενο (borrow) B. Ο Πίνακας Αληθείας, οι λογικές εξισώσεις των εξόδων του και το λογικό του κύκλωμα φαίνονται παρακάτω. Η έξοδος D προκύπτει από την αριθμητική πράξη  $D = X - (Y + B_{IN})$ . Προσοχή, εδώ τα -, + δηλώνουν αριθμητικές πράξεις (πλην, συν).

ΠΛΗΡΗΣ ΑΦΑΙΡΕΤΗΣ				
ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ				
X	Y	B <sub>IN</sub>	D	B <sub>OUT</sub>
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

D: ΔΙΑΦΟΡΑ  
B<sub>IN</sub>: ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟ ΕΙΣΟΔΟΥ  
B<sub>OUT</sub>: ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟ ΕΞΟΔΟΥ

**ΛΟΓΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ**  

$$D = X'Y'B_{IN} + X'YB_{IN}' + XY'B_{IN}' + XYB_{IN}$$

$$= X'(Y'B_{IN} + YB_{IN}') + X(Y'B_{IN}' + YB_{IN})$$

$$= X'(Y \oplus B_{IN}) + X(\overline{Y} \oplus \overline{B_{IN}})$$

$$= X \oplus Y \oplus B_{IN}$$

$$B_{OUT} = X'Y'B_{IN} + X'YB_{IN}' + X'YB_{IN} + XYB_{IN}$$

$$= (X'Y' + XY)B_{IN} + X'Y(B_{IN}' + B_{IN})$$

$$= (\overline{X} \oplus Y)B_{IN} + X'Y$$

Επίσης με Karnaugh έχουμε:

$$B_{OUT} = X'Y + X'B_{IN} + YB_{IN}$$

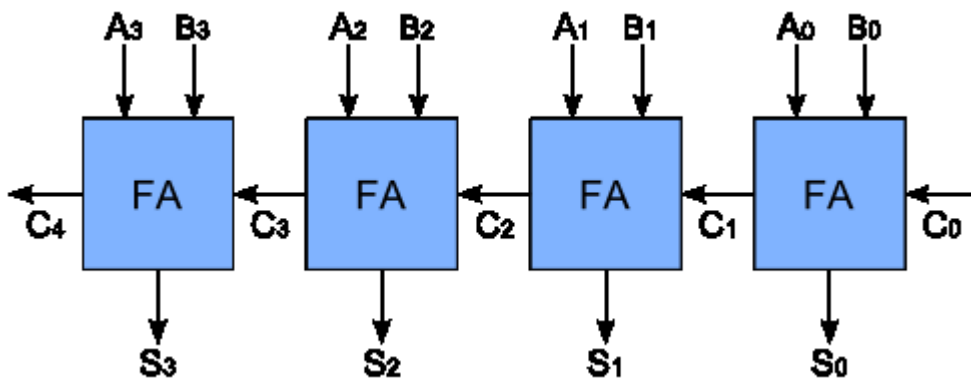
  

**ΛΟΓΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ**

### 5.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

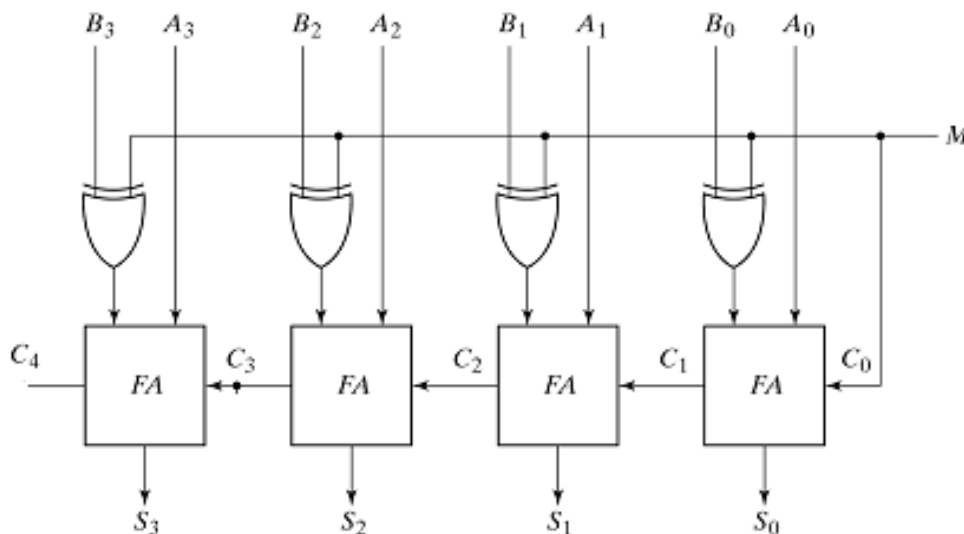
#### 5.3.1.

Το παρακάτω κύκλωμα είναι ένας **παράλληλος αθροιστής 4-bit**. Αποτελείται από τέσσερις FAs και μπορεί να βρει το άθροισμα δύο τετραψήφιων αριθμών. Βρείτε το αποτέλεσμα της πρόσθεσης των τετραψήφιων αριθμών **A**:  $A_3 A_2 A_1 A_0$  και **B**:  $B_3 B_2 B_1 B_0$ . Το αποτέλεσμα εμφανίζεται στις εξόδους  $C_4 S_3 S_2 S_1 S_0$ . (**A = 1101** και **B = 1001**). Προσοχή το  $C_0$  πρέπει να είναι 0.



#### 5.3.2.

Το παρακάτω κύκλωμα είναι ένας **παράλληλος αθροιστής/αφαιρέτης 4-bit**. Όταν  $C_0$  είναι 0, το κύκλωμα κάνει πρόσθεση. Όταν  $C_0$  είναι 1, τότε κάνει αφαίρεση με χρήση του συμπληρώματος ως προς 2. Βρείτε το αποτέλεσμα της πρόσθεσης των τετραψήφιων αριθμών **A**:  $A_3 A_2 A_1 A_0$  και **B**:  $B_3 B_2 B_1 B_0$ . Το αποτέλεσμα εμφανίζεται στις εξόδους  $C_4 S_3 S_2 S_1 S_0$ . (**A = 1101** και **B = 1001**). Προσοχή το  $C_0$  πρέπει να είναι 0. Για  $C_0$  είναι 1, ποιο το αποτέλεσμα στις εξόδους  $C_4 S_3 S_2 S_1 S_0$  και γιατί; (**A = 1101** και **B = 1001**).

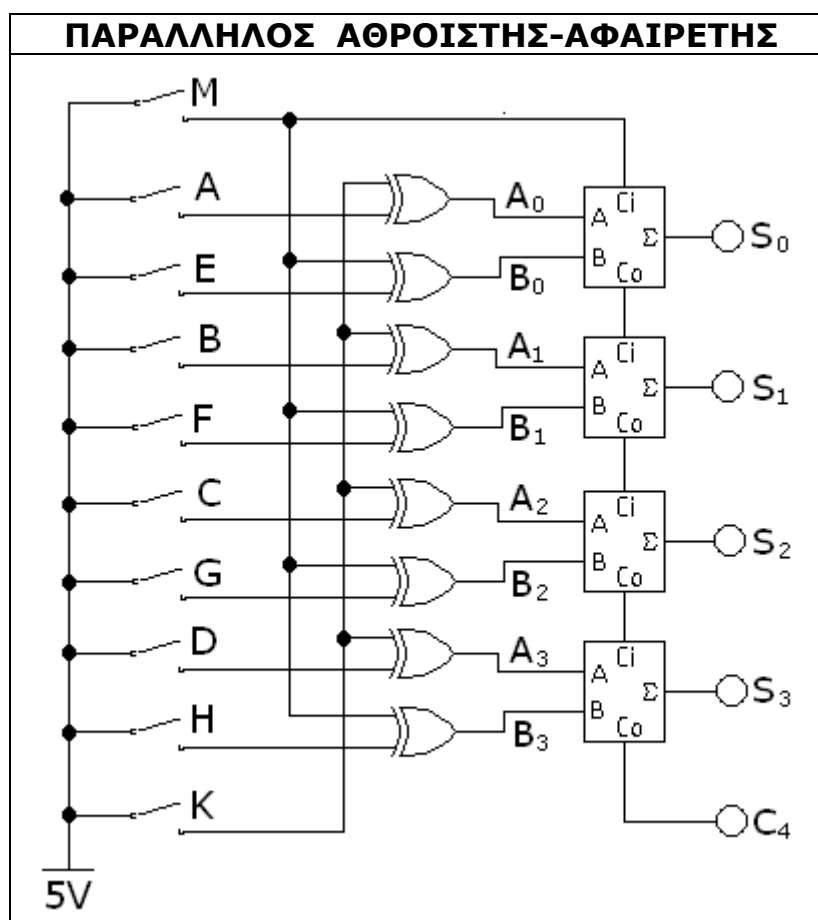




### 5.3.3.

Το παρακάτω κύκλωμα, το οποίο αποτελείται από τέσσερις πλήρεις αθροιστές και οκτώ πύλες XOR, είναι ένας παράλληλος αθροιστής-αφαιρέτης δύο λέξεων τεσσάρων bit έκαστη.

- Όταν οι διακόπτες K και M είναι στη θέση μηδέν, το κύκλωμα κάνει πρόσθεση του αριθμού **A** (λέξη DCBA) και του αριθμού **B** (λέξη HGFE).
- Όταν ο διακόπτης K είναι στη θέση μηδέν και ο διακόπτης M στη θέση ένα το κύκλωμα κάνει αφαίρεση με χρήση του συμπληρώματος ως προς δύο.
- Όταν οι διακόπτες K και M είναι στη θέση ένα το κύκλωμα κάνει πρόσθεση δύο αρνητικών αριθμών με χρήση του συμπληρώματος ως προς δύο.



Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του παράλληλου αθροιστή-αφαιρέτη και βάζοντας τους διακόπτες κάθε φορά στην κατάλληλη θέση, εκτελέστε τις αντίστοιχες πράξεις συμπληρώνοντας τον παρακάτω πίνακα.

ΠΡΑΞΗ	KM	DCBA	HGFE	$A_3A_2A_1A_0$	$B_3B_2B_1B_0$	$C_4S_3S_2S_1S_0$	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
9+6	00	1001	0110	1001	0110		
8+8	00	1000	1000	1000	1000		
11+9	00	1011	1001	1011	1001		
15+15	00	1111	1111	1111	1111		
13-8	01	1101	1000	1101	0111		
14-2	01	1110	0010	1110	1101		
7-10	01	0111	1010	0111	0101		
4-12	01	0100	1100	0100	0011		
-9-3	11	1001	0011	0110	1100		
-8-7	11	1000	0111	0111	1000		
-8-8	11	1000	1000	0111	0111		
-11-13	11	1011	1101	0100	0010		
-15-15	11	1111	1111	0000	0000		

## 1.4 ΓΡΑΠΤΗ ΑΣΚΗΣΗ

### 1.4.1

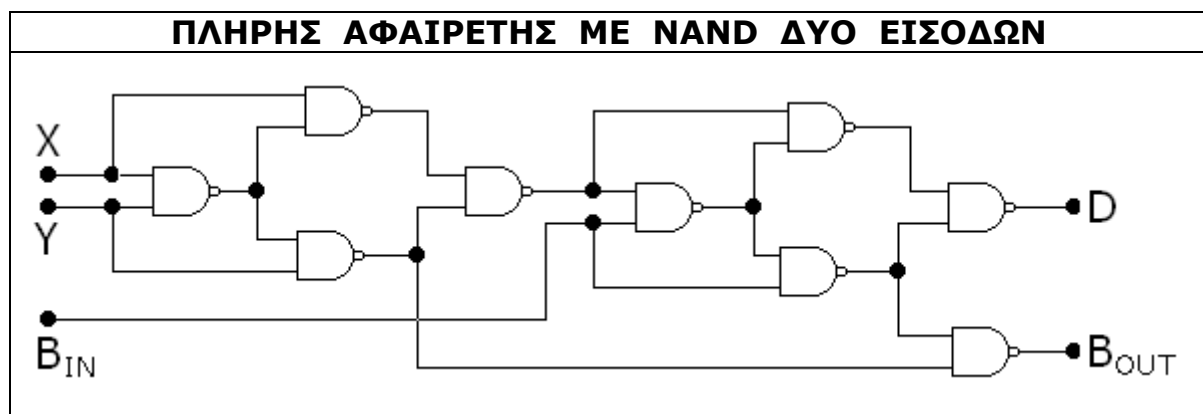
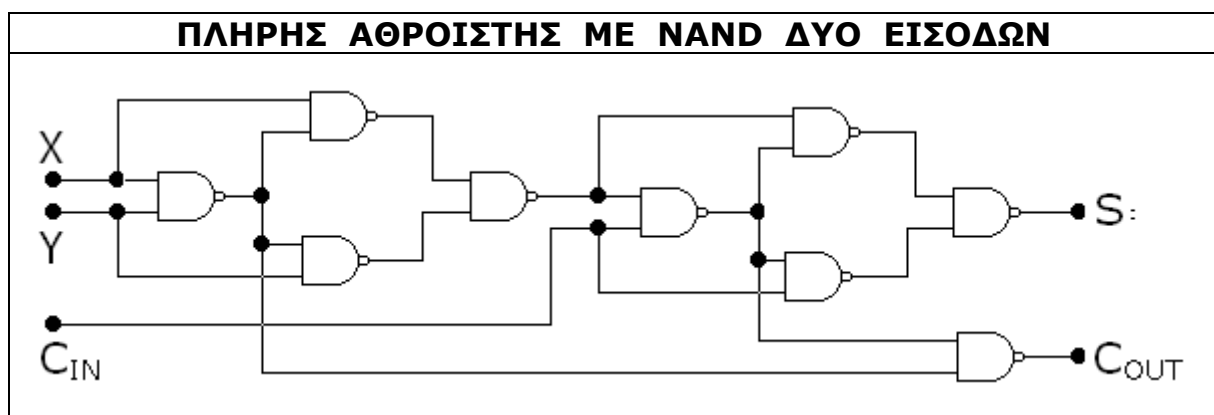
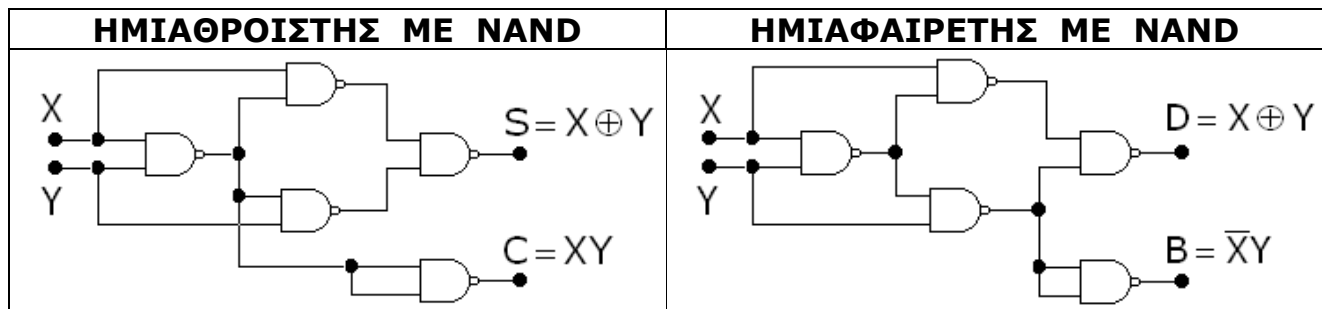
Να συμπληρώσετε τον πίνακα του Πειραματικού Μέρους. Να εξηγήσετε για κάθε μία πράξη του παραπάνω πίνακα το αποτέλεσμα που βγάζει το κύκλωμα και το αποτέλεσμα της πράξης. Να λάβετε υπ' όψη τα παρακάτω:

Όταν οι διακόπτες K και M είναι στη θέση μηδέν, το κύκλωμα κάνει πρόσθεση του αριθμού **A** (λέξη DCBA) και του αριθμού **B** (λέξη HGFE), διότι οι πύλες XOR δίνουν στην έξοδο τους ότι έχουν στην είσοδο. Επίσης, το κρατούμενο εισόδου του πλήρη αθροιστή που προσθέτει τα δύο λιγότερα σημαντικά ψηφία A και E των δύο λέξεων είναι μηδέν. Για όλες τις περιπτώσεις που το άθροισμα των δύο αριθμών είναι μεγαλύτερο ή ίσο του δέκα έξι το κρατούμενο εξόδου  $C_4$  είναι ένα.

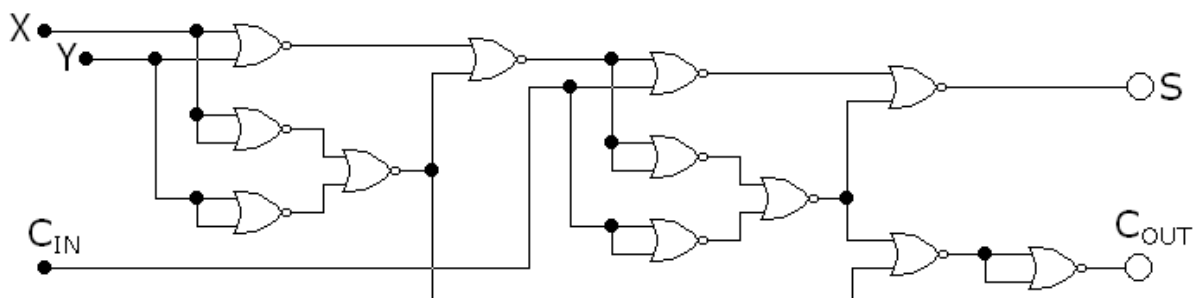
Όταν ο διακόπτης K είναι στη θέση μηδέν και ο διακόπτης M στη θέση ένα το κύκλωμα κάνει αφαίρεση με χρήση του συμπληρώματος ως προς δύο. Στην πραγματικότητα το κύκλωμα κάνει πρόσθεση του αριθμού A (λέξη DCBA) και του συμπληρώματος ως προς δύο του αριθμού B (λέξη HGFE) αφού όταν ο διακόπτης M είναι στη θέση ένα οι πύλες XOR αντιστρέφουν τον αριθμό B και επίσης το κρατούμενο εισόδου του πλήρη αθροιστή που προσθέτει τα δύο λιγότερα σημαντικά bit των δύο λέξεων είναι ένα. Επίσης όταν ο αριθμός A είναι ίσος ή μεγαλύτερος από τον αριθμό B το κρατούμενο εξόδου  $C_4$  είναι ένα και το αγνοούμε οπότε το αποτέλεσμα της αφαίρεσης A-B των δύο αριθμών είναι το μηδέν ή ο θετικός αριθμός που αντιστοιχεί στη δυαδική λέξη που έχουμε στην έξοδο  $S_3S_2S_1S_0$  του κυκλώματος. Όταν όμως ο αριθμός A είναι μικρότερος από τον αριθμό B το κρατούμενο εξόδου  $C_4$  είναι μηδέν οπότε το αποτέλεσμα της αφαίρεσης A-B των δύο αριθμών είναι ο αρνητικός αριθμός που η αναπαράστασή του με μορφή συμπληρώματος ως προς δύο είναι η δυαδική λέξη που έχουμε στην έξοδο  $S_3S_2S_1S_0$  του κυκλώματος.

Όταν οι διακόπτες  $K$  και  $M$  είναι στη θέση ένα το κύκλωμα κάνει πρόσθεση δύο αρνητικών αριθμών με χρήση του συμπληρώματος ως προς δύο. Αφού οι διακόπτες  $K$  και  $M$  είναι στη θέση ένα οι πύλες XOR αντιστρέφουν και τους δύο αριθμούς οπότε το κύκλωμα προσθέτει τις λέξεις  $A_3A_2A_1A_0$  και  $B_3B_2B_1B_0$  που είναι το συμπλήρωμα ως προς ένα του αριθμού  $A$  και  $B$  αντίστοιχα συν ένα που είναι το κρατούμενο εισόδου του πλήρη αθροιστή που προσθέτει τα δύο λιγότερα σημαντικά ψηφία  $A_0$  και  $B_0$  των δύο λέξεων. Όταν το άθροισμα των δύο αρνητικών αριθμών είναι μικρότερο του δέκα έξι το κρατούμενο εξόδου  $C_4$  είναι ένα και το αγνοούμε οπότε το αποτέλεσμα της πρόσθεσης είναι ο αρνητικός αριθμός που η αναπαράστασή του με μορφή συμπληρώματος ως προς ένα είναι η δυαδική λέξη που έχουμε στην έξοδο  $S_3S_2S_1S_0$  του κυκλώματος. Όταν το άθροισμα των δύο αρνητικών αριθμών είναι μεγαλύτερο ή ίσο του δέκα έξι το κρατούμενο εξόδου  $C_4$  είναι μηδέν οπότε το αποτέλεσμα της πρόσθεσης είναι ο αρνητικός αριθμός που η αναπαράστασή του με μορφή συμπληρώματος ως προς ένα είναι η δυαδική λέξη που έχουμε στην έξοδο  $C_4S_3S_2S_1S_0$  του κυκλώματος.

## Παράρτημα



### ΠΛΗΡΗΣ ΑΘΡΟΙΣΤΗΣ ΜΕ NOR ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ



### ΠΛΗΡΗΣ ΑΦΑΙΡΕΤΗΣ ΜΕ NOR ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ

